Przegląd Filozoficzny — Nowa Seria
R. 11: 2002, Nr 4 (44), ISSN 1230-1493

Anna Wójtowicz

Problem ekstensjonalności w *Traktacie* Ludwiga Wittgensteina

Wstęp

Celem artykułu jest udzielenie odpowiedzi na pytanie, czy *Traktat* L. Wittgensteina jest ekstensjonalny. W pierwszej części pracy omówimy ogólnie pojęcie ekstensjonalności, konieczne założenia potrzebne do jego precyzacji i związek pojęcia ekstensjonalności z pojęciem prawdziwościowości. W drugiej części sprecyzujemy przedmiot naszych badań, a więc określimy dokładnie język, który opisany jest w *Traktacie*. Trzecia część pracy zawiera argumentację na rzecz tezy, że — wbrew deklaracjom samego Wittgensteina — nie ma dobrego uzasadnienia, iż język ten jest prawdziwościowy. Uzasadnienie tezy, że jest on ekstensjonalny, będzie zależało od przyjęcia pewnych dodatkowych rozstrzygnięć.

I

I.1. Pojęcie ekstensjonalności

Ekstensjonalność jest własnością, którą przypisujemy językom. Aby dany język był ekstensjonalny, ekstensjonalne muszą być wszystkie funktory tego języka. Najogólniej, pojęcie ekstensjonalności funktora można zdefiniować w następujący sposób:

DEFINICJA 0

Dany funktor jest ekstensjonalny zawsze i tylko, gdy ekstensja wyrażenia złożonego zbudowanego za pomocą tego funktora jest w sposób jednoznaczny wyznaczona przez ekstensję wszystkich argumentów tego funktora.

Precyzację tej definicji uzyskujemy, podając kategorię syntaktyczną funktora i określając, co rozumiemy przez ekstensję argumentów danego funktora i ekstensję wyrażenia złożonego, zbudowanego za pomocą danego funktora[1].

[1] Należałoby jeszcze rozstrzygnąć, czy wszystkie wyrażenia danej kategorii syntaktycznej mają ekstensje tego samego typu. Np. wśród ekstensji wyrażeń o kategorii nazwowej można wyróżnić przedmioty abstrakcyjne i przedmioty konkretne.

Mówiąc o ekstensjach danej klasy wyrażeń, należy odpowiedzieć na dwa zasadnicze pytania:

1) Jakiego typu obiektami są ekstensje wyrażeń określonej kategorii syntaktycznej?

2) Jaka jest struktura zbioru tych obiektów i jak zależy ona od struktury zbioru wyrażeń określonej kategorii syntaktycznej.

Ad (1). Przez ekstensję danego wyrażenia (niezależnie od jego kategorii syntaktycznej) rozumie się najczęściej pewien byt pozajęzykowy. Dla wyrażeń o kategorii nazwowej, ekstensjami są zwykle obiekty będące desygnatami nazw, a więc przedmioty konkretne lub przedmioty abstrakcyjne. Dla wyrażeń o kategorii zdaniowej, ekstensjami (według Fregego) są dwa obiekty abstrakcyjne — Prawda i Fałsz — lub (według np. Wittgensteina) sytuacje opisywane przez zdania (por. np. [OMYŁA 1991]). Odpowiedź na pytanie (1) ma charakter metafizyczny i jest raczej przedmiotem zainteresowania ontologów niż logików.

Ad (2). Zauważmy, że odpowiedź na pytanie (2) nie zależy właściwie od odpowiedzi na pytanie (1), ponieważ strukturę danego zbioru charakteryzujemy zawsze z dokładnością do izomorfizmu. Mówimy więc nie tyle o wewnętrznych własnościach obiektów będących elementami zbioru ekstensji, ale o relacjach między nimi. Niezależnie więc od tego, jakie obiekty będą tworzyć przeciwdziedzinę funkcji ekstensji dla wyrażeń o danej kategorii syntaktycznej, możemy mówić o strukturze tego zbioru.

Rozważmy zbiór FOR wszystkich formuł zdaniowych danego języka J. Zdefiniujmy relację $\approx \subseteq$ FOR x FOR w następujący sposób:

DEFINICJA 1

Dla dowolnego $\alpha, \beta \in$ FOR $\alpha \approx \beta$ zawsze i tylko wtedy, gdy ekstensja α jest identyczna z ekstensją β.

Relacja $\approx$ jest w sposób oczywisty relacją równoważności.

W definicji 1 nie rozstrzygamy, czym jest ekstensja zdania (obiektem, sytuacją, zbiorem możliwych światów...). Staramy się jedynie znaleźć formalną reprezentację zbioru ekstensji zdań w zbiorze zdań.

FAKT

Niezależnie od tego, jakimi obiektami są ekstensje zdań, relacja $\approx$ musi spełniać następujące dwa warunki:

1$\approx$) dla dowolnej funkcji waluacji val: FOR $\rightarrow$ Val $=\{0, 1\}$
jeśli $\alpha \approx \beta$, to val(α) = val(β);

2$\approx$) jeśli $\alpha =_{gr} \beta$, to $\alpha \approx \beta$,
gdzie $=_{gr}$ jest relacją równokształtności.

Warunek (1$\approx$) wynika stąd, że zdania o tej samej ekstensji muszą mieć taką samą wartość logiczną, a warunek (2$\approx$), że każde zdanie ma dokładnie jedną ekstensję (nie ma zdań wieloznacznych ze względu na ekstensję).

WNIOSEK

1) Niech V — zbór ekstensji dla formuł zdaniowych, a relacja $\approx$ jest relacją zdefiniowaną za pomocą definicji 1. Wtedy zbiór FOR/$\approx$ jest równoliczny ze zbiorem V.

2) Niech V — zbór ekstensji dla formuł zdaniowych i niech relacja $\approx \subseteq$ FOR x FOR będzie dowolną relacją równoważności mającą własności (1$\approx$) i (2$\approx$)[2]. Wtedy

$$\mathrm{card}(V) \leq \mathrm{card}(FOR/\approx) \leq \mathrm{card}(FOR)$$

Z powyższego faktu i wniosków wynika, że na zbiór ekstensji dla zdań możemy patrzeć zawsze jako na zbiór ilorazowy FOR/$\approx$. Odwracając nieco problem, możemy powiedzieć, że każda relacja $\approx$ o tych własnościach wyznacza zbiór izomorficzny z jakimś możliwym zbiorem ekstensji dla formuł zdaniowych. Jeżeli więc sformułujemy w pewien sposób definicję relacji równoważności $\approx$, to relacja ta będzie nam wyznaczać jakieś możliwe rozumienie pojęcia ekstensji dla zdań.

PRZYKŁADY

1) Zdefiniujmy relację $\approx_1$ w następujący sposób: $\alpha \approx_1 \beta$ zawsze i tylko wtedy, gdy $\alpha =_{gr} \beta$. Wyznacza ona podział zbioru FOR na nieskończenie wiele klas abstrakcji zdań nierównokształtnych. Przy takiej interpretacji ekstensją dowolnego zdania α jest napis-typ „α".

2) Zdefiniujmy relację $\approx_2$ w następujący sposób: $\alpha \approx_2 \beta$ zawsze i tylko wtedy, gdy $\alpha \leftrightarrow \beta \in Cn(\varnothing)$. Wyznacza ona podział zbioru FOR na nieskończenie wiele klas abstrakcji zdań nierównoważnych logicznie. Przy takiej interpretacji ekstensją dowolnego zdania α jest pewien obiekt przyporządkowany wszystkim zdaniom logicznie równoważnym zdaniu α (można go rozumieć np. jako sąd wyrażony w zdaniu α)[3].

3) Zdefiniujmy relację $\approx_3$ w następujący sposób: $\alpha \approx_3 \beta$ zawsze i tylko wtedy, gdy val(α) = val(β), dla pewnej funkcji val będącej waluacją logiczną formuł ze zbioru FOR. Wyznacza ona podział zdań na dwie klasy abstrakcji — zdań prawdziwych przy danej waluacji i zdań fałszywych przy danej waluacji. Przy takiej interpretacji ekstensją dowolnego zdania α jest jego wartość logiczna. Odpowiada to stanowisku reprezentowanemu przez Fregego.

Oczywiście $\mathrm{card}(FOR/\approx_3) \leq \mathrm{card}(FOR/\approx_2) \leq \mathrm{card}(FOR/\approx_1)$

Traktując ekstensję dowolnego zdania α jako klasę abstrakcji od relacji $\approx$, wyznaczoną przez zdanie α, możemy zdefiniować, co to znaczy, że dany spójnik zdaniowy jest ekstensjonalny ze względu na daną relację $\approx$.

---

[2] W dalszym ciągu pisząc o relacji równoważności $\approx \subseteq$ FOR x FOR będziemy zakładać, że relacja ta ma własności (1$\approx$) i (2$\approx$).

[3] Zauważmy, że taka definicja ekstensji wymaga, aby w danym języku J określona była logika L — a w szczególności zbiór $Cn_L(\varnothing)$ — tez logiki L.

DEFINICJA 2

Niech dana będzie relacja równoważności $\approx$ na zbiorze FOR, mająca własności (1*), (2*). Spójnik *n*-argumentowy φ jest ekstensjonalny ze względu na relację $\approx$ zawsze i tylko wtedy, gdy jeśli $\alpha_1 \approx \beta_1$ i...i $\alpha_n \approx \beta_n$, to $\varphi(\alpha_1, \alpha_n) \approx \varphi(\beta_1, \beta_n)$.

Jeżeli przy danej relacji $\approx$ wszystkie spójniki języka J są ekstensjonalne, to mówimy, że relacja $\approx$ jest kongruencja logiczną tego języka albo że język J jest ekstensjonalny - ze względu na spójników - przy danej relacji $\approx$.

PRZYKŁADY

4) Relacje zdefiniowane w przykładach (1), (2) i (3) są kongruencjami języka klasycznego rachunku zdań i język KRZ jest ekstensjonalny ze względu na te relacje.

5) Niech dana będzie pewna teoria niezupełna T. Teoria ta pozwala zdefiniować relację równoważności $\approx$ w następujący sposób:
$\alpha \approx_5 \beta$ zawsze i tylko wtedy, gdy α i $\beta \in T$ lub α i $\beta \in \sim T = \{\sim\alpha: \alpha \in T\}$ lub α i $\beta \in$ For - $\{T \cup \sim T\}$, tzn. α i β należą do tych samych członów podziału wyznaczonych przez teorię T.

Ze względu na tę relację ekstensjonalny jest spójnik negacji, ale nie jest ekstensjonalny spójnik alternatywy[4]. Oznacza to, że język J nie jest ekstensjonalny ze względu na relację $\approx_5$.

Definicję ekstensjonalności spójnika ze względu na daną relację równoważności możemy uogólnić do definicji ekstensjonalności funktora o dowolnej kategorii syntaktycznej. Aby taką definicję sformułować musimy posłużyć się relacją $\approx^*$ określoną na zbiorze N wszystkich nazw danego języka J, której zamierzoną interpretacją jest równość ekstensji nazw.

DEFINICJA 3

Dla dowolnego $n_1, n_2 \in N$ $n_1 \approx^* n_2$ zawsze i tylko wtedy, gdy ekstensja n_1 jest identyczna z ekstensją n_2.

FAKT 2

Relacja $\approx^*$ (podobnie jak $\approx$) jest relacją równoważności i spełnia warunek (analogiczny do ($\approx^*$)):

($\approx^*$) dla dowolnych $n_1, n_2 \in N$ jeśli $n_1 =_{gr} n_2$, to $n_1 \approx^* n_2$,
gdzie $=_{gr}$ jest relacją równokształtności.

PRZYKŁADY

6) Zdefiniujmy relację $\approx_6^*$ w następujący sposób: $n_1 \approx_6^* n_2$ zawsze i tylko wtedy, gdy $n_1 =_{gr} n_2$. Wyznacza ona podział zbioru N na nieskończenie wiele klas abstrakcji nazw równokształtnych. Przy takiej interpretacji ekstensją dowolnej nazwy n jest napis-typ „n". Takie pojęcie ekstensji wykorzystuje się np.

---

[4] Przykład zaczerpnięty z [SUSZKO 1957].

w dowodzie o pełności logiki pierwszego rzędu, konstruując tzw. model na termach.

DEFINICJA 4

Dana jest relacja równoważności $\approx$ na zbiorze FOR i relacja równoważności $\approx^*$ na zbiorze N wyrażeń nazwowych. Rozważmy funktor λ, którego argumentami jest k formuł zdaniowych i n formuł nazwowych

a) Jeśli λ jest funktoremu zdaniotwórczym, to λ jest ekstensjonalny ze względu na podziały wyznaczone przez relacje $\approx$ i $\approx^*$ zawsze i tylko wtedy, gdy jeśli $\alpha_1 \approx \beta_1$ i...i $\alpha_k \approx \beta_k$, i $x_1 \approx^* y_1$ i...i $x_n \approx^* y_n$, to $\lambda(\alpha_1,...,\alpha_k, x_1, ...,x_n) \approx \lambda(\beta_1,...,\beta_k, y_1, ...,y_n)$.

b) Jeśli λ jest funktorem nazwotwórczym, to λ jest ekstensjonalny ze względu na podziały wyznaczone przez relacje $\approx$ i $\approx^*$ zawsze i tylko wtedy, gdy jeśli $\alpha_1 \approx \beta_1$ i...i $\alpha_k \approx \beta_k$, i $x_1 \approx^* y_1$ i...i $x_n \approx^* y_n$, to $\lambda(\alpha_1,...,\alpha_k, x_1, ...,x_n) \approx^* \lambda(\beta_1,...,\beta_k, y_1, ...,y_n)$.

Jako szczególne przypadki tej definicji otrzymujemy definicje spójnika ekstensjonalnego ze względu na daną relację $\approx$ (zakładając w punkcie (a), że $n = 0$), symbolu funkcyjnego ekstensjonalnego ze względu na daną relację $\approx^*$ (zakładając w punkcie (b), że $k = 0$) i predykatu ekstensjonalnego ze względu na daną relację $\approx$ i $\approx^*$ (zakładając w punkcie (a), że $k = 0$).

Podsumowując: aby rozstrzygnąć, czy dany język jest ekstensjonalny musimy mieć — zdefiniowane w pewien sposób — relacje $\approx$ i $\approx^*$, a następnie zbadać po kolei, czy ekstensjonalne są wszystkie rodzaje funktorów występujących w tym języku. Z powyższych definicji widać bowiem, że ekstensjonalność spójników zdaniowych jest niezależna od ekstensjonalności predykatów i symboli funkcyjnych. Język może być np. ekstensjonalny ze względu na spójniki, ale nie być ekstensjonalny ze względu na predykaty. Dlatego, mówiąc o ekstensjonalności języka (przy ustalonych relacjach $\approx$ i $\approx^*$), za każdym razem będziemy dodawać, ze względu na jaką grupę funktorów ekstensjonalność ta jest oceniana.

I.2. Ekstensjonalność a prawdziwościowość

Prawdziwościowość jest własnością przypisywaną jedynie spójnikom.

DEFINICJA 5

Spójnik k-argumentowy φ jest spójnikiem prawdziwościowym zawsze i tylko wtedy, gdy dla dowolnych $\alpha_1,..., \alpha_k, \beta_1,...,\beta_k \in$ FOR i dla dowolnej funkcji waluacji val: FOR $\rightarrow \{0,1\}$ jeśli $val(\alpha_1) = val(\beta_1)$ i...i $val(\alpha_k) = val(\beta_k)$, to $val(\varphi(\alpha_1,...,\alpha_k) = val(\varphi(\beta_1,...,\beta_k)$.

Z tej definicji widać, że prawdziwościowość spójnika jest szczególną postacią jego ekstensjonalności — definicję 5 otrzymujemy z definicji 4 w przypadku, gdy $n = 0$ i relacja $\approx$ jest zdefiniowana tak, jak w przykładzie 3. Stąd i z warunku (1*) nakładanego na relację $\approx$ wynika, że każdy spójnik prawdziwościo-

wy jest ekstensjonalny. Zależność odwrotna nie musi zachodzić. Przykładem spójnika ekstensjonalnego, a nie prawdziwościowego, jest spójnik identyczności zdefiniowany w logice niefregowskiej (por. [OMYŁA 1986]).

Innymi słowy, pojęcie ekstensjonalności (w odniesieniu do spójników) i pojęcie prawdziwościowości są tożsame tylko na gruncie koncepcji, zgodnie z którą ekstensją zdania jest jego wartość logiczna. Głównym przedstawicielem tego stanowiska jest Frege. Na gruncie innych stanowisk należy konsekwentnie rozróżniać ekstensjonalność spójnika od jego prawdziwościowości.

Jeśli w danym języku wszystkie spójniki są prawdziwościowe, to język taki nazywamy językiem prawdziwościowym.

Jeżeli w języku, oprócz spójników prawdziwościowych występują funktory o innej kategorii syntaktycznej i są one nieekstensjonalne, to cały język również uznamy za nieekstensjonalny.

I.3. Formalizacja teorii ekstensji

Teoria, która opisuje strukturę zbioru ekstensji dla zdań powinna być — zgodnie z naszymi wcześniejszymi ustaleniami — sformułowana w języku zawierającym pewien dodatkowy spójnik identyczności $\equiv$. W teorii tej musimy mieć bowiem możliwość mówienia o identyczności ekstensji zdań: zdanie $\alpha \equiv \beta$ interpretujemy jako zdanie stwierdzające, że wyrażenia α i β mają taką samą ekstensję. Ponieważ spójnik $\equiv$ jest spójnikiem równoważności, tezami naszej teorii ekstensjonalności są wszystkie zdania o następujących schematach:

$\alpha \equiv \alpha$

$(\alpha \equiv \beta) \rightarrow (\beta \equiv \alpha)$

$(\alpha \equiv \beta) \wedge (\beta \equiv \gamma) \rightarrow (\alpha \equiv \gamma)$

Z warunku ($1\approx$) nakładanego na relację $\approx$ wynika, że tezą tej teorii są również wszystkie zdania o schemacie

$(\alpha \equiv \beta) \rightarrow (\alpha \leftrightarrow \beta)$.

Jako dodatkowe założenie przyjmiemy, że teoria ekstensji sama jest ekstensjonalna — ze względu na spójniki — tzn. tezami tej teorii są wszystkie zdania o schemacie:

$(\alpha_1 \equiv \beta_1) \rightarrow (\#\alpha_1 \equiv \#\beta_1)$, gdzie # jest dowolnym spójnikiem jednoargumentowym występującym w rozważanym języku

$[(\alpha_1 \equiv \beta_1) \wedge (\alpha_2 \equiv \beta_2)] \rightarrow [(\alpha_1 \,\&\, \alpha_2) \equiv (\beta 1 \,\&\, \beta_2)]$, gdzie & jest dowolnym spójnikiem dwuargumentowym występującym w rozważanym języku (zakładamy, że w języku tym nie ma spójników trójargumentowych i więcej argumentowych)[5].

[5] Założenie o ekstensjonalności tej teorii nie jest konieczne; pokażemy później, jakie są skutki jego zawieszenia.

Przy powyższych ustaleniach[6] możemy stwierdzić, że każda (ekstensjonalna) teoria ekstensji jest teorią opisującą jakąś ontologię sytuacji, a więc pewną teorią w logice niefregowskiej (por. np. [OMYŁA 1986]). Teoria ta ma dwie podstawowe cechy: jest nieprawdziwościowa (o ile tylko ekstensji zdania nie utożsamimy z jego wartością logiczną) i jest ekstensjonalna — przynajmniej jeżeli chodzi o spójniki.

I.4. Podsumowanie

Z powyższych rozważań płyną następujące wnioski:

I.4.1) Relacja równości ekstensji (dla zdań i dla nazw) może być zdefiniowana na dwa sposoby: a) bez odniesienia do pewnego zewnętrznego uniwersum, za pomocą logiki jaka obowiązuje w języku J — por. przykłady 2 i 5; b) przez odniesienie do pewnego zewnętrznego uniwersum — za pomocą uniwersów V_1, V_2 i funkcji e_1: FOR $\rightarrow V_1$, e_2: N $\rightarrow V_2$ — por. przykłady 1, 3 i 6.

Problem ekstensjonalności dotyczy więc języka wraz z logiką lub języka wraz z uniwersami V_1, V_2 i funkcjami e_1: FOR $\rightarrow V_1$, e_2: N $\rightarrow V_2$.

I.4.2) Niezależnie od tego, jakimi obiektami są ekstensje wyrażeń o danej kategorii syntaktycznej i niezależnie od tego, jak równość ekstensji została określona, na zbiorze wszystkich wyrażeń danej kategorii syntaktycznej możemy zdefiniować relację równoważności ($\approx$ lub $\approx^*$), których zamierzoną interpretacją jest równość ekstensji wyrażeń danego typu. Ekstensjonalność rozważanego języka jest wtedy zrelatywizowana do danych relacji $\approx$ i $\approx^*$, a więc faktycznie problem ekstensjonalności dotyczy trójki $\langle J, \approx, \approx^* \rangle$.

I.4.3) Aby rozstrzygnąć, czy dany język J jest ekstensjonalny przy danych relacjach $\approx$ i $\approx^*$, musimy rozstrzygnąć, czy ekstensjonalne są wszystkie rodzaje funktorów występujących w języku J.

I.4.4) Jeśli w danym języku J wszystkie spójniki są prawdziwościowe, to język J nazwiemy językiem prawdziwościowym. Taki język jest również językiem ekstensjonalnym ze względu na spójniki. Język J może być jednak nieekstensjonalny ze względu na inne funktory — i wtedy ogólnie nazwiemy go językiem nieekstensjonalnym.

I.4.5) Teoria, która mówi o ekstensji zdań jest pewną teorią w logice niefregowskiej i — w ogólnym przypadku — jest teorią nieprawdziwościową. Będzie ona teorią prawdziwościową (w zdefiniowanym wyżej sensie) tylko wtedy, gdy ekstensje zdań utożsamimy z ich wartością logiczną.

II

II.1. Języki w *Traktacie* Wittgensteina

Tezy *Traktatu* (por. [WITTGENSTEIN]) dotyczą trzech różnych języków:

---

[6] Zakładamy również, że w języku, który badamy, obowiązuje logika klasyczna lub nietwórczo nadbudowana nad logiką klasyczną.

1) Wittgenstein opisuje język potoczny — do tego języka należą wymieniane w tezie 5.53 konteksty typu „A sądzi, że p jest faktem", „A myśli, że p". O niedoskonałości tego języka mówią m.in. tezy 3.323, 3.324. Nazwijmy taki język J_p.

2) Wittgenstein definiuje pewien język — nazwijmy go J_w, który jest językiem wzorcowym — to właśnie ten język jest podmiotem metafizycznym *Traktatu* (por. [WOLNIEWICZ]). W języku J_w pozorne formy gramatyczne zdań z języka J_p mają być zastąpione ich formami rzeczywistymi — zdaniami z języka J_w.

Z naszego punktu widzenia ważne jest, że język J_w ma następujące własności:

2.1) Każde zdanie języka J_w jest funkcją prawdziwościową zdań elementarnych.

2.2) Konteksty intensjonalne typu „A sądzi, że p jest faktem.", „A myśli, że p", występujące w języku potocznym J_p, dają się przełożyć na pewne zdania języka J_w, w taki sposób, że występujące w tych zdaniach zdania elementarne są — zgodnie z tezą 5.53 — argumentami wyłącznie funkcji prawdziwościowych. Innymi słowy, język J_w ma dodatkowo tę własność, że w pewnym sensie tkwi w nim język J_p — *via* odpowiedni przekład.

3) Wittgenstein formułuje w *Traktacie* tezy ontologiczne. Przedstawiona przez niego ontologia jest ontologią faktów i przeciwstawia się ją ontologii rzeczy (teza 1.1). W *Traktacie* opisana jest więc pewna teoria ontologiczna w pewnym języku. Nazwijmy ten język językiem J_o, a sformułowaną w nim teorię — ontologię faktów — teorią T_o. Na gruncie teorii T_o można w szczególności podać kryterium tego, że dwa różne zdania odnoszą się do tej samej sytuacji, a więc — że mają tę samą ekstensję (teza 5.141).

Struktura języka J_0 i własności teorii T_o są opisane w artykule [SUSZKO 1968]. Można nie zgadzać się ze wszystkimi tezami tego artykułu, ale niewątpliwie o języku J_o i teorii T_o można powiedzieć, że

3.1) Ontologia opisywana przez T_o jest ontologią faktów, a nie rzeczy.

3.2) Język J_o zawiera spójnik identyczności $\equiv$, którego zamierzoną interpretacją jest identyczność korelatów semantycznych zdań — a więc w rozumieniu Wittgensteina — identyczność ekstensji zdań:

3.3) Język J_o jest ekstensjonalny ze względu na spójniki — tezą teorii T_o jest tzw. aksjomat ekstensjonalności dla identyczności (por. [OMYŁA 1986]).

3.4) Język J_o nie jest językiem prawdziwościowym.

W cytowanym artykule nie jest do końca rozstrzygnięte, czy język J_o jest językiem ekstensjonalnym ze względu na predykaty. Suszko próbuje interpretować predykaty występujące w *Traktacie* w sposób teoriomnogościowy (a więc ekstensjonalny), ale sam stwierdza, że taka interpretacja nie wydaje się zadowalająca.

II.2 Stosunek między językami J_p, J_w, J_o

II.2.1. Stosunek między językiem J_p i językiem J_w

Języki J_p i J_w służą do opisu świata. Zasadnicza różnica między nimi polega na tym, że niektóre zdania języka J_p nie są dobrze sformułowane — pojawiają się w nich wyrażenia wieloznaczne (teza 3.323), a ich pozorna forma logiczna nie odpowiada ich formie rzeczywistej (teza 4.0031). Zdania języka J_w nie mają tej własności — są one zbudowane zgodnie z gramatyką logiczną (3.325) i są jednoznaczne. Stosunek między językiem J_w i językiem J_p jest podobny do stosunku między potocznym językiem polskim a poprawnym gramatycznie językiem polskim: każde poprawne gramatycznie zdanie języka polskiego należy również do języka potocznego i — co więcej — każde zdanie języka potocznego ma swój odpowiednik w postaci poprawnego gramatycznie zdania języka polskiego (czasami jest to to samo zdanie). Podobnie: każde zdanie języka J_w należy do języka J_p — język J_w jest więc (właściwie) zawarty w języku J_p, a z drugiej strony — każde zdanie języka J_p, które nie jest „poprawnie" zbudowane, daje się przełożyć na pewne zdanie języka J_w. Formalnie związek ten możemy określić w następujący sposób:

1) $FOR_{Jw} \subseteq FOR_{Jp}$ i $FOR_{Jw} \neq FOR_{Jp}$

2) $\forall\ \alpha \in FOR_{Jp} - FOR_{Jw}\ \exists\ \beta \in FOR_{Jw}$ β jest przekładem α.

To, jak taki przekład ma wyglądać, Wittgenstein (niezbyt jasno) opisuje w tezach 5.541, 5.42.

II.2.2. Stosunek między językiem J_p i językiem J_o

Język J_o opisuje strukturę świata, który ma być modelem dla języka J_p. Zgodnie z tezą 1 i dalszymi, komentującymi ją tezami, świat ten jest utożsamiany z ogółem faktów, a nie rzeczy. Z naszego punktu widzenia istotne jest to, że w języku J_o można mówić o korelatach semantycznych zdań. Kryteria, kiedy dwa zdania mają taki sam korelat semantyczny, podaje sformułowana w języku J_o teoria T_o. W teorii tej scharakteryzowane są własności spójnika $\equiv$, którego zamierzoną interpretacją jest właśnie identyczność korelatów semantycznych zdań.

Zgodnie z przeznaczeniem teorii T_o mamy:

$FOR_{Jp} \subseteq FOR_{Jo}$ i $FOR_{Jo} \neq FOR_{Jp}$,

bo teoria T_o rozstrzyga, które zdania języka J_p odnoszą się do tych samych sytuacji.

Tak jest, gdy $\alpha, \beta \in FOR_{Jp}$ mają tę własność, że $\alpha \equiv \beta \in T_o$.

Podsumowując: podstawowym językiem jest w *Traktacie* język J_p, jego właściwym podjęzykiem jest język J_w, a ontologię dla języka J_p opisuje teoria T_o w języku J_o.

III

Ponieważ wskazaliśmy trzy języki w *Traktacie*, więc, aby rozstrzygnąć problem postawiony w tytule artykułu, musimy odpowiedzieć na następujące pytania:

a) Czy język J_p jest ekstensjonalny?

b) Czy język J_w jest ekstensjonalny?

c) Czy język J_o jest ekstensjonalny?

Zgodnie z naszą definicją ekstensjonalności języka (por. I.1) każde z tych pytań rozpada się na następujące pytania szczegółowe: Czy ekstensjonalne (prawdziwościowe) są spójniki danego języka? Czy ekstensjonalne są predykaty danego języka? Czy ekstensjonalne są pozostałe funktory danego języka?

Jednoznacznie rozstrzygnięta jest odpowiedź na pytanie o ekstensjonalność języka J_w. Ponieważ ma to być język wzorcowy, więc niejako z definicji posiada on wszystkie cechy uznane za „pożądane" — w szczególności jest on ekstensjonalny ze względu na wszystkie funktory i prawdziwościowy ze względu na spójniki.

O języku J_o wiemy na pewno, że nie jest on prawdziwościowy, a dokładniej — nieprawdziwościowy jest występujący w nim spójnik $\equiv$, którego własności charakteryzuje teoria T_o. Język J_o jest ekstensjonalny ze względu na spójniki, ponieważ relacja $\approx$ jest charakteryzowana w taki sposób, że

dla dowolnych $\alpha, \beta \in FOR_{J_o}$ $\alpha \approx \beta$ zawsze i tylko wtedy, gdy $\alpha \equiv \beta \in T_o$,

a tezą teorii T_o jest tzw. aksjomat ekstensjonalności dla spójnika identyczności $\equiv$.

Odpowiedź na pytanie o ekstensjonalność języka J_o ze względu na inne funktory nie jest do końca rozstrzygnięta (por. wątpliwości pojawiające się w [SUSZKO 1968]).

Kluczowym zagadnieniem jest pytanie o ekstensjonalność języka J_p. Wittgenstein twierdzi, że język ten ma takie same własności jak język J_w, a pozorna nieekstensjonalność (a właściwie — nieprawdziwościowość) kontekstów typu „A sądzi, że p jest faktem" zostaje usunięta dzięki odpowiedniemu przekładowi. Mamy więc w szczególności następującą tezę Wittgensteina (por. tezę 5 w *Traktacie*):

(TW) Język J_p jest językiem prawdziwościowym.

Uzasadnieniem tezy (TW) jest następujący fakt uznawany przez Wittgensteina:

(P) Istnieje przekład języka J_p na język J_w taki, że każde zdanie zawierające spójniki nieprawdziwościowe zostaje zastąpione zdaniem zawierającym wyłącznie spójniki prawdziwościowe.

Aby stwierdzić, czy prawdziwa jest teza (TW), musimy stwierdzić, czy prawdziwe jest (P) i czy uznanie (P) jest wystarczającym argumentem do uznania (TW). Innymi słowy, czy prawdziwa jest implikacja: jeśli (P), to (TW).

Obalenie argumentacji Wittgensteina można więc próbować przeprowadzić na dwa sposoby:

1) podważyć (P), czyli podważyć samo istnienie przekładu, tzn. spróbować uzasadnić, że przyporządkowanie zdaniu „A sądzi, że p jest faktem" zdania „«p» twierdzi, że p" jest z jakiś powodów (najlepiej na gruncie samej koncepcji Wittgensteina) nie do przyjęcia.

2) podważyć implikację: jeśli (P), to (TW), tzn. poważyć to, że istnienie przekładu o wskazanych własnościach jest dobrym uzasadnieniem tezy (TW).

Nie rozstrzygając, czy możliwe jest zastosowanie pierwszego sposobu obalenia argumentacji na rzecz (TW), zajmiemy się sposobem drugim. W tym celu postaramy się najpierw maksymalnie uściślić (P).

Zaproponowany przez Wittgensteina przekład polega — przynajmniej w tym rozważanym przez nas fragmencie — na przyporządkowaniu pewnym zdaniom z języka J_p zdań z języka J_w. Jest więc pewną funkcją f (zakładamy, że danemu zdaniu jego przekład przyporządkowujemy jednoznacznie) o dziedzinie w zbiorze FOR_{Jp} - FOR_{Jw}, a przeciwdziedzinie w zbiorze FOR_{Jw}.

Ogólnie, mówiąc o przekładzie jako o pewnej funkcji, musimy scharakteryzować nie tylko jej dziedzinę i przeciwdziedzinę, ale również własność, jaką przekład ma zachowywać, i teorię T, na gruncie której stwierdzamy, że rzeczywiście własność ta została zachowana (por. [WÓJTOWICZ]).

PRZYKŁADY

7) Rozważmy dwie wersje KRZ: koniunkcyjno-negacyjną i alternatywno-negacyjną. Innymi słowy, rozważmy dwa zbiory formuł: $FOR_{\sim,\wedge}$ i $FOR_{\sim,\vee}$, zbudowanych, odpowiednio, jedynie za pomocą spójników negacji i koniunkcji oraz negacji i alternatywy. Chcemy przełożyć język koniunkcyjno-negacyjny na język alternatywno-negacyjny. Szukamy więc pewnej funkcji f, prowadzącej ze zbioru $FOR_{\sim,\wedge}$ w zbiór $FOR_{\sim,\vee}$. Załóżmy, że niezmiennikiem tego przekładu ma być korelat semantyczny formuły, tzn. dla dowolnego $\alpha \in FOR_{\sim,\wedge}$ α i $f(\alpha)$ mają mieć takie same korelaty semantyczne. Zgodnie z naszymi wcześniejszymi ustaleniami teoria korelatów semantycznych jest sformułowana w języku, w którym występują wszystkie zdania ze zbiorów $FOR_{\sim,\wedge}$ i $FOR_{\sim,\vee}$ i dodatkowo występuje spójnik identyczności $\equiv$, pozwalający budować zdania typu „$\alpha \equiv \beta$", którego zamierzoną interpretacją jest to, że zdania α i β mają takie same korelaty semantyczne. Oznacza to, że dana jest pewna teoria niefregowska T, na gruncie której mamy kryterium stwierdzania, kiedy dwa zdania mają takie same korelaty semantyczne.

Naturalna jest następująca indukcyjna definicja funkcji f:

$f(p) = p$, dla dowolnego $p \in Zm$;

$f(\sim\alpha) = \sim f(\alpha)$;

$f(\alpha \wedge \beta) = \sim(\sim f(\alpha) \vee \sim f(\beta))$.

To, czy taka funkcja zachowuje korelaty semantyczne formuł, tzn. w szczególności, czy korelat semantyczny formuły $\alpha \wedge \beta$ jest taki sam, jak korelat se-

mantyczny formuły $f(\alpha \wedge \beta)$, czyli formuły $\sim(\sim\alpha \vee \sim\beta)$, zależy od tego, jaka jest teoria T: czy równość $(\alpha \wedge \beta) \equiv \sim(\sim\alpha \vee \sim\beta)$ jest, czy nie jest tezą tej teorii.

Niech $T = Cn_{SCI}(\varnothing)$, tzn. T jest zbiorem tez logiki niefregowskiej (por. [OMYŁA 1986]). Wtedy $(\alpha \wedge \beta) \equiv \sim(\sim\alpha \vee \sim\beta) \notin T$, a więc na gruncie tej teorii zdefiniowana funkcja f nie zachowuje korelatów semantycznych formuł. Funkcja f nie może więc być interpretowana jako przekład języka $J_\wedge$ na język $J_\vee$.

Niech T = WB, tzn. teoria T jest tzw. teorią Boolowską w logice niefregowskiej (por. [OMYŁA 1986]). Wtedy $(\alpha \wedge \beta) \equiv \sim(\sim\alpha \vee \sim\beta) \in T$, a więc na gruncie tej teorii funkcja f zachowuje korelaty semantyczne. Może więc być interpretowana jako przekład języka $J_\wedge$ na język $J_\vee$.

Na gruncie koncepcji Wittgensteina przedstawionej w *Traktacie* naturalne jest przyjęcie, że własnością, którą ma zachowywać przekład, jest posiadanie określonego korelatu semantycznego (czyli ekstensji), a teorią, na gruncie której będziemy to stwierdzać, jest teoria opisująca ontologię *Traktatu* — a więc teoria T_o sformułowana w języku J_o. Przy tych ustaleniach (P) ma następującą postać:

(P*) Istnieje f: $FOR_{Jp} - FOR_{Jw} \rightarrow FOR_{Jw}$ taki, że:

$\forall\, \alpha \in FOR_{Jp} - FOR_{Jw}\ \exists\, \beta \in FOR_{Jw}\ f(\alpha) = \beta$ i $\alpha \equiv \beta \in T_o$[7].

Jak przy takim uściśleniu przedstawia się argumentacja Wittgensteina? Wittgenstein twierdzi, że język J_w nie ma własności bycia nieprawdziwościowym (własność nieprawdziwościowości jest jego własnością pozorną), ponieważ istnieje przekład z języka J_p na prawdziwościowy język J_w taki, że zostaje zachowany korelat semantyczny przekładanych zdań. Przekład ten odbywa się na gruncie teorii T_o — to na gruncie tej teorii stwierdzamy, że zdanie przekładane i jego przekład rzeczywiście mają taki sam korelat (taką samą ekstensję).

Argumentacja ta ma następujący ogólny schemat:

Dany jest język J_1. Twierdzimy, że język J_1 nie ma pewnej własności *W* (własność *W* jest jego własnością pozorną) na tej podstawie, że istnieje przekład f języka J_1 na język J_2 nie posiadający własności *W*. Przekład ten zachowuje pewną istotną własność *v* przekładanych wyrażeń, co zostaje stwierdzone na gruncie pewnej teorii T_v w języku J_v.

Zastanówmy się teraz, czy dla poprawności tej argumentacji istotne jest, jaki konkretnie jest język J_v, na gruncie którego sformułowano teorię T_v, a w szczególności, czy sam posiada on własność *W*, czy nie? W tym celu rozważmy trzy przykłady:

PRZYKŁADY

8) H. Field w książce *Science without Numbers* broni poglądu, że możliwa jest nominalistyczna interpretacja matematyki, tzn. interpretacja, która nie odwołuje się do istnienia takich obiektów abstrakcyjnych, jak zbiory i innych obiek-

[7] Przy takim założeniu sposób pierwszy obalenia (TW) polegałby na wykazaniu, że zdania „A twierdzi, że p jest faktem" i „«p» twierdzi, że p" nie mają takiego samego znaczenia, tzn. „A twierdzi, że p jest faktem" ≡ „«p» twierdzi, że p" $\notin T_o$.

tów nadbudowanych nad zbiorami (np. relacji, struktur relacyjnych itp.). Jego argumentacja opiera się na istnieniu przekładu matematyki zwykłej (tzn. opartej na pojęciu obiektu abstrakcyjnego) na matematykę nominalistyczną. Przekład ten ma zachowywać wszystkie istotne cechy przekładanych formuł — w szczególności — własność bycia twierdzeniem. Okazuje się jednak, że sam przekład, a więc teoria, na gruncie której w pewnym sensie utożsamia się obie wersje matematyki, w sposób istotny opiera się na pojęciu obiektu abstrakcyjnego (np. na pojęciu funkcji i modelu). Dochodzimy więc do wniosku, że obiekty abstrakcyjne można wyeliminować posługując się właśnie obiektami abstrakcyjnymi. Czy w związku z tym rzeczywiście można powiedzieć, że eliminacja taka miała miejsce?

9) Zgodnie z semantyczną tezą reizmu T. Kotarbińskiego, język potoczny zawierający nazwy pozorne jest przekładalny na język zawierający wyłącznie nazwy rzetelne. Teoria, na gruncie której dokonuje się przekładu jest jednak sformułowana w języku, który musi zawierać nazwy pozorne, bo w języku tym formułujemy zdania na temat równoznaczności (równoważności) pewnych wyrażeń. Dokonujemy więc przekładu języka w celu eliminacji nazw pozornych na gruncie języka, który nazwy pozorne zawiera. Kotarbiński ten etap w rozwoju swojej koncepcji nazwał „fazą dramatyczną konkretyzmu", uważając, iż to, że teoria, na gruncie której dokonuje się przekładu, sama posługuje się nazwami pozornymi, podważa ważność argumentu o istnieniu przekładu.

10) Rozważmy dwa języki i dwie logiki sformułowane w tych językach — odpowiednio — logikę klasyczną i logikę intuicjonistyczną. Można zdefiniować funkcję, przekładającą formuły logiki klasycznej na formuły logiki intuicjonistycznej, o takiej własności, że jeżeli formuła przekładana była tezą logiki klasycznej, to jej przekład będzie tezą logiki intuicjonistycznej. Istnienie takiego przekładu może służyć jako argument, że logika klasyczna jest zawarta w logice intuicjonistycznej — a więc że logika intuicjonistyczna jest logiką ogólniejszą, mającą szersze zastosowanie. Zauważmy jednak, że sam przekład angażuje w szczególności takie pojęcia, jak pojęcie funkcji, które definiowane jest na gruncie teorii mnogości, zakładającej właśnie logikę klasyczną. Eliminujemy więc logikę klasyczną na rzecz logiki intuicjonistycznej posługując się przy tym właśnie logiką klasyczną. Czy można w związku z tym powiedzieć, że taka eliminacja faktycznie została dokonana?

Naszym zdaniem, powyższe przekłady stanowią pewne uzasadnienie dla przyjęcia następującej tezy[8] — nazwijmy ją tezą o skuteczności przekładu:

(SK) Załóżmy, że język J_1 ma własność W, a język J_2 nie ma własności W.

Istnienie przekładu f: $J_1 \rightarrow J_2$ (ze względu na własność v i teorię T_v w języku J_v) jest skutecznym argumentem na rzecz tezy o tym, że własność W nie

[8] Uzasadnienie o bardziej ogólnym charakterze znajdzie czytelnik w [WÓJTOWICZ].

przysługuje językowi J_1 w sposób istotny zawsze i tylko wtedy, gdy język J_v, w którym sformułowana jest teoria T_v, nie ma własności *W*.

Zauważmy teraz, że w argumencie (P*), który stosuje Wittgenstein, aby wykazać, że język J_w jest językiem prawdziwościowym, teoria T_o, na gruncie której dokonano przekładu, sama nie jest teorią prawdziwościową — a więc zgodnie z tezą (SK) nie jest to argument skuteczny. Jeżeli rzeczywiście uznamy tezę (SK), to będzie to obalenie poprawności argumentacji Wiitgensteina na gruncie jego własnej koncepcji przedstawionej w *Traktacie* — istotną rolę w tym obaleniu pełni bowiem założenie, że ontologia opisywana przez teorię T_o jest ontologią faktów, a nie rzeczy, a więc nie da się przedstawić w zwykłym, prawdziwościowym (!) języku teorii mnogości.

Załóżmy teraz, że język J_o ontologii *Traktatu* nie tylko nie jest językiem prawdziwościowym, ale również nie jest językiem ekstensjonalnym ze względu na predykaty (czyli potraktujmy poważnie wątpliwości Suszki z [SUSZKO 1968]). Stosując dokładnie ten sam sposób rozumowania, w oparciu o (SK) można wykazać, że niepoprawny jest sposób uzasadnienia tezy, że język J_w jest językiem ekstensjonalnym ze względu na predykaty za pomocą wskazania przekładu języka J_p na język J_w. Teoria T_o, na gruncie której można stwierdzić, że korelat semantyczny zdania przekładanego i jego przekładu są identyczne, sama sformułowana jest w języku nieekstensjonalnym.

Podsumowanie

W artykule uzasadniamy tezę, że — wbrew deklaracjom Wittgensteina — nie można wykazać, że język J_p, o którym mówi się w *Traktacie*, jest językiem prawdziwościowym. To, czy można wykazać, że jest on językiem ekstensjonalnym zależy od pewnych dodatkowych rozstrzygnięć. Uzasadnienie to ma następującą strukturę:

1) Aby sformułować definicję ekstensjonalności danego języka trzeba zdefiniować relację równoważności na zbiorze formuł zdaniowych tego języka i na zbiorze nazw tego języka.

2) Relacja równości ekstensji na zbiorze zdań jest niesłabsza niż relacja równości ich wartości logicznych. Tylko jeśli relacje te utożsamimy, pojęcia ekstensjonalności i prawdziwościowości można traktować zamiennie.

3) Teoria, która pozwala mówić o ekstensjach zdań, jest równoważna pewnej teorii w logice niefregowskiej, a więc — w ogólnym przypadku — jest teorią nieprawdziwościową.

4) Język J_p ma być przekładalny na język J_w. Przekład taki ma zachowywać ekstensję zdań, a więc teoria T_o, w której dokonuje się przekładu, musi być teorią równoważną pewnej teorii w logice niefregowskiej, a to oznacza, że jest nieprawdziwościowa.

5) Teoria przekładu T_0 jest teorią zawierającą tezy ontologiczne *Traktatu* — w szczególności teoria T_0 zawiera kryterium identyczności ekstensji zdań z języka J_p.

6) Ponieważ istnienie przekładu o danym niezmienniku zależy istotnie od teorii przekładu, więc przyjęto tezę o skuteczności przekładu, zgodnie z którą przekład tylko wtedy uznamy za skuteczny (prowadzący do zamierzonego celu), gdy teoria, na gruncie której dokonujemy przekładu, jest neutralna ze względu na cel przekładu. W tym konkretnym przypadku:

Tylko wtedy uznamy, że przekład języka J_p na język J_w pozwala wyeliminować spójniki nieprawdziwościowe, gdy teoria przekładu T_0 sama jest prawdziwościowa.

Ponieważ — zgodnie z (4) i (5) — teoria przekładu nie może być teorią prawdziwościową, więc — zgodnie z (6) — przekład nie jest skuteczny. Innymi słowy: jeśli zaakceptujemy tezę o skuteczności przekładu (SK), to nie możemy uznać argumentacji Wittgensteina prowadzącej do tezy (TW). To, czy możliwe jest uzasadnienie w analogiczny sposób, że język J_p jest językiem ekstensjonalnym, zależy istotnie od tego, czy wykażemy, że ekstensjonalny jest język J_0.

Zastanówmy się teraz, czy możliwe jest takie uzasadnienie tezy (TW), odwołujące się do pojęcia przekładu (czyli oparte na argumencie typu (P)), które nie byłoby wrażliwe na krytykę związaną z tezą (SK). Przekład języka J_p na język J_w musiałby wtedy odbywać się na gruncie pewnej teorii prawdziwościowej T. W teorii takiej nie dałoby się jednak wyrazić, że dwa zdania mają taki sam korelat semantyczny, lecz jedynie, że mają taką samą wartość logiczną. Niezmiennikiem takiego przekładu byłaby więc wartość logiczna zdania. Na funkcję f: $FOR_{Jp} \rightarrow FOR_{Jw}$ nakładlibyśmy wtedy warunek:

dla dowolnego $\alpha \in FOR_{Jp}$ $\alpha \leftrightarrow f(\alpha) \in T$,

gdzie T jest pewną teorią sformułowaną w języku prawdziwościowym.

Pamiętajmy jednak, że na gruncie koncepcji Wittgensteina teoria T nie jest jakąś teorią przypadkową, ale teorią zawierającą tezy ontologiczne *Traktatu*. Gdyby T była teorią prawdziwościową, to zbiór korelatów semantycznych dla zdań byłby dwuelementowy: wszystkim zdaniom prawdziwym odpowiadałaby jedna sytuacja, a wszystkim zdaniom fałszywym — druga. Jest to pogląd uznawany przez Fregego, ale sprzeczny z poglądami Wittgensteina.

Bibliografia

[OMYŁA 1986] M. Omyła, *Zarys logiki niefregowskiej*, PWN, Warszawa.

[OMYŁA 1991] M. Omyła, *Ontologie sytuacji w języku niefregowskiej logiki zdań*, w: *Prace z pragmatyki, semantyki i metodologii semiotyki*, Ossolineum, Wrocław, s. 117–122.

[SUSZKO 1957] R. Suszko, *Formalna teoria wartości logicznych I*, „Studia Logica" 6, s. 144–236.

[SUSZKO 1968] R. Suszko, *Ontologia w* Traktacie *L. Wittgensteina*, „Studia Filozoficzne", 1, s. 97–121.

[WITTGENSTEIN] L. Wittgenstein, *Tractatus logico-philosophicus*, tłum. B. Wolniewicz, Wyd. Naukowe PWN, Warszawa 2000.

[WOLNIEWICZ] B. Wolniewicz, *Rzeczy i fakty. Wstęp do pierwszej filozofii Wittgensteina*, PWN, Warszawa 1968.

[WÓJTOWICZ] A. Wójtowicz, *O pewnych formalnych własnościach przekładu* (w przygotowaniu).

Extensionality of the *Tractatus*

The problem of extensionality of Wittgenstein *Tractatus* is discussed. For this purpose the relation between the notion of extension and the notion of truth value is examined. In the final part of the paper the author undertakes to show that the language of *Tractatus* is not a truth language.